

提前付款和延迟交货的经济批量模型*

王积建, 龚洪胜

(浙江工贸职业技术学院, 浙江 温州 325003)

摘要: 针对一类必须提前付款和延迟交货的订货问题, 建立了经济批量模型, 编写了LINGO求解程序, 实证结果显示, 模型存在最优解。然后使用计算机模拟方法进行了稳健性分析, 结果表明, 所建立的经济批量模型的稳健性很强。该模型对于外向型企业的订货策略具有参考价值和实践意义。

关键词: 订货问题; 经济批量模型; 订货策略; 外向型企业

中图分类号: O227

文献标识码: A

文章编号: 1672-0105(2020)02-0068-04

The Economic Batch Model of Payment in Advance and Deferred Delivery

WANG Ji-jian, GONG Hong-sheng

(Zhejiang Industry & Trade Vocational College, Wenzhou 325003, China)

Abstract: Aiming at solving a kind of ordering problem that must be paid in advance and deferred in delivery, first, an economic batch model is established, and a lingo solution program is compiled. The positive results show that the model has an optimal solution. Then, the computer simulation method is used to analyze the robustness, whose results show that the economic batch model is robust. This model has both reference value and practical significance for the ordering strategy of export-oriented enterprises.

Key Words: ordering problem; economic batch model; ordering strategy; export-oriented enterprises

0 引言

随着2019年中美贸易战的升级, 我国实体企业特别是外向型中小微企业的经营面临困难, 成本增大而效益减少。实体企业在生产经营过程中都要采购原材料, 由此产生存储成本, 并且占用了流动资金。在采购原材料的时候经常出现这样两种情况, 第一, 订货物品数量过多, 造成资金占用大, 库存费用高, 甚至供过于求, 从而成本增大; 第二, 订货物品数量过少, 引起订货次数增多, 或者由于缺货引起销售机会损失, 从而成本也增大。不管哪种情况发生, 都会造成运营成本过高, 或者效益低下。

在存储论领域的专业文献中, 普遍给出了几种常用的经济批量模型, 如熊伟(2009)建立了“匀速供货且不允许缺货”型、“瞬时供货且不允许缺货”型和“瞬时供货且允许缺货”型的经济批量模型^[1]。之后, 笔者(2013)又给出了“缺货不补充、

缺货成本与时间无关”型的经济批量模型^[2]。有的学者针对特定商品、特定供应方式给出了经济批量模型, 如宋世强(2019)针对核心农产品电商平台主导的两级闭环冷链系统建立了经济批量模型^[3]、赵天杨(2019)针对以零售商为核心的供应链在信息共享的情况下建立了经济批量模型^[4]、康凯(2019)等针对单制造商与单零售商构成的二级供应链建立了碳限额与交易机制下嵌入延期付款策略的供应链订货经济批量模型^[5]。

综上所述, 学术界较多从存储论的理论角度进行了研究, 研究成果对完善和丰富存储论的理论体系具有重要价值, 但较少从实践角度针对企业经营过程中存在的某一类具有典型实践意义的具体订货问题建立经济批量模型的研究, 鉴于此, 本文从企业需求出发研究一类提前订货并付款和延迟交货的经济批量模型, 期望为同类企业特别是外向型中小

收稿日期: 2020-04-23

基金项目: 浙江工贸职业技术学院教师访工计划项目“温州港德电子科技有限公司原材料采购模型与计算程序开发”(F190104)

作者简介: 王积建(1966—), 男, 甘肃景泰人, 教授, 硕士, 主要研究方向: 应用数学、应用统计和数学建模; 龚洪胜(1965—), 男, 湖北利川人, 主要研究方向: 应用数学和高职教育。

微企业提供订货决策参考。

1 问题描述及相应的优化模型

1.1 符号说明

首先,对有关变量进行说明,如表1所示。

表1 变量及其含义

D :每月需求量(个)	C :每个零件的价格(元)
A :一次订货成本(元)	H :每个零件每月的存储费(元)
t :订货周期(月)	Q :一次订货量(个)
r :流动资金的年利率	s :仓库面积(平方米)
n :仓库管理员人数	e :仓库每月每平方米的租金(元)
p :仓库管理员月薪(元)	t_0 :货款提前汇入对方的时间(月)
u :仓库容量(个)	m :每月集装箱个数(个)
v :集装箱容量(个)	L :从发货到收货的时间(月)
g :再订货点(个)	b :仓库里存储该零件的面积(平方米)
t_1, t_2 : L 的下限和上限(月)	

1.2 问题描述

本文针对外向型中小微企业普遍存在的具有提前订货并付款和延迟交货的订货问题展开研究。问题描述如下:

- (1) 每个成品里安装1个特种零件。
- (2) 成品以出口外销为主,每月以 m 个集装箱的速度销售,每个集装箱容纳 v 个成品。
- (3) 零件不允许缺货。当存储量降到 g (称为再订货点)时,公司就会下单订货。
- (4) 每个零件的进货价格为 C 元。
- (5) 一次订货的准备成本是 A 元。
- (6) 每次订货时,以货款汇到对方账户为下单成功;供货方需要 t_0 (月)的准备时间;订货货款的年利率为 r 。
- (7) 从供货方发货到接收方收货的时间 $L \in [t_1, t_2]$ 。

(8) 仓库面积是 s 平方米,租金是每月每平方米 e 元。仓库里存储该零件的面积是 b 平方米,可以容纳 u 个特种零件。

(9) 仓库保管员有 n 人,每人月薪 p 元,负责仓库内所有原材料的整理和保管。

如何订货,才能使得订货总成本最小?如何订货是指,订货周期 t 是多少、每次的订货量 Q 是多少、再订货点 g 是多少?

1.3 模型假设

(1) 公司生产保持稳定,即零件的需求量 D 是常数。

(2) 零件供货企业能够按时保质保量供应,不会断供。

(3) 按需订货,即零件的订货量等于需求量, $Q = Dt$ 。

(4) 存储量关于时间的变化是连续的。

(5) 不允许缺货。

(6) 通常情况下,订货周期 $t \gg t_2$ 。

(7) 每月按30天计算。

1.4 模型建立

首先,分析每月仓储费 H 。仓储费由两部分构成,其一是仓库租金;其二是仓库保管员的人工成本。每个零件的平均仓储费为

$$H = \frac{b(se + np)}{su}$$

其次,分析订货量。由假设(3)得, $Q = Dt$, 而 $D = mv$ 。

第三,分析再订货点, $g = DL$, $t_1 \leq L \leq t_2$, $t \geq t_2$ 。

最后,分析目标函数。目标函数是平均每月的总订货成本最小,总订货成本分为4部分:仓储成本、准备成本、货款及利息。

由于 t 月内的累计存储量为 $\frac{Qt}{2}$, 所以平均每月存储量为 $\frac{Qt}{2t} = \frac{Q}{2}$, 于是每月存储费为 $\frac{HQ}{2}$ 。

由于一次订货的准备成本为 A , 故平均每月的准备成本为 $\frac{A}{t}$ 。

由于一次订货的货款为 CQ , 故平均每月的货款为 $\frac{CQ}{t}$ 。

一次订货的货款利息为 $CQ \frac{r}{12} t_0$, 故平均每月的货款利息为 $\frac{CQrt_0}{12t}$ 。

于是订货总成本最小的数学模型为

$$\min f = \frac{HQ}{2} + \frac{A}{t} + \frac{CQ}{t} + \frac{CQrt_0}{12t},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H = \frac{b(se + np)}{su}, \\ Q = Dt, \\ D = mv, \\ g = DL, \\ t_1 \leq L \leq t_2, \\ t \geq t_2, \\ Q, t, g \geq 0, \text{ 且 } Q, g \text{ 为整数.} \end{array} \right. \quad (1)$$

2 应用实例

温州港德电子科技有限公司创立于2008年,是一家专业从事按摩器材的生产制造商,自主开发了颈部按摩、手部按摩、腰背按摩、足浴按摩、足疗按摩、针灸按摩等一系列全身按摩高科技保健产品,品牌覆盖名列行业前茅,成为中国消费者喜爱的按摩保健品牌,产品通过UL、FCC、CE、RoHS等国际认证,并远销欧洲、美洲、澳洲、东南亚、中东等150多个国家和地区。

港德公司生产的一款按摩椅,其中的关键零件是型号2839的背部靠垫齿轮箱(简称齿轮箱)。齿轮箱是从广东一家企业进货,当接到港德公司的订单和货款后,广东公司会在10天以内免费送货上门。有关生产信息如下:

- (1) 每个按摩椅里安装1个齿轮箱。
- (2) 按摩椅以出口外销为主,每月以2个集装箱的速度销售,每个集装箱容纳667个按摩椅。
- (3) 齿轮箱不允许缺货。当存储量降到一定数量时,港德公司就会下单订货。
- (4) 每件齿轮箱的进货价格为40元。
- (5) 一次订货的准备成本是178元。
- (6) 供货方需要10天的准备时间;货款利率以年利率4%计。
- (7) 从供货方发货到接收方收货的时间在3至7天。
- (8) 港德公司的仓库面积是3 000平方米,租金是每月每平方米30元。仓库里划分给齿轮箱的面积是8平方米,上下叠放可以容纳1 400个齿轮箱。
- (9) 仓库保管员有3人,每人月薪5 000元,负责仓库内包括齿轮箱在内的所有原材料的整理和保管。

2.1 模型参数

根据以上信息,得到求解模型的参数如下:
 $m=2$, $v=667$, $C=40$, $u=1\,400$, $A=178$,
 $b=8$, $s=3\,000$, $e=30$, $n=3$, $p=5\,000$,
 $t_0=10/30$, $r=0.04$, $t_1=3/30$, $t_2=7/30$ 。

2.2 模型求解

使用LINGO软件编程求解,程序如下:

min=F;

F=H*Q/2+A/t+C*Q/t+C*Q*r/12*t0/t; !目标函数;

H=b*(s*e+n*p)/(s*u); !每个零件每月的存储费(元);

$Q=D*t$; $D=m*v$; $g=D*L$; $L>=t1$; $L<=t2$; $t>=t2$;

@gin(Q); @gin(g);

!下面是参数;

$m=2$; !集装箱个数;

$v=667$; !每个集装箱容纳的齿轮箱个数;

$C=40$; !齿轮箱单价(元/个);

$u=1400$; !仓库容量(个);

$A=178$; !一次订货的固定成本(元);

$b=8$; !仓库里存放齿轮箱的面积(平方米);

$s=3000$; !仓库总面积(平方米);

$e=30$; !仓库每月租金(元/平方米);

$n=3$; !仓库保管员人数;

$p=5\,000$; !仓库保管员月薪(元);

$t_0=10/30$; !提前下单汇款的时间(月);

$r=0.04$; !货款年利率;

$t_1=3/30$; !再订货时的时间(月);

$t_2=7/30$; !再订货时的时间(月);

计算结果为 $Q=1\,541$ (个), $t \approx 1.155$ (月),
 $g=134$ (个), $f^*=53\,727.48$ (元), 即每34天订货一次,每次订货1 541个,订货总成本为53 727.48元。

2.3 稳健性分析

根据模型假设(4),存储量关于时间的变化是连续的,而实际进货和出库是离散的;另外,从供货方发货到接收方收货的时间在3至7天,也有一定的随机性,因此,需要检验模型的稳健性。采用计算机模拟方法来验证。

2.3.1 模拟算法

模拟算法如下:

第1步,赋值 $m=2$, $v=667$, $C=40$,
 $u=1400$, $A=178$, $b=8$, $s=3000$, $e=30$,
 $n=3$, $p=5000$, $t_0=10/30$, $r=0.04$, $t_1=3/30$,
 $t_2=7/30$ 。

第2步,给定订货周期 $t=t_2:0.01:2$ 。

第3步,令 $i=1:k$ ($k=10\,000$)。

第4步,产生一个均匀分布的随机数
 $t_1 \leq L \leq t_2$ 。

第5步,计算 $H = \frac{b(se+np)}{su}$ 、 $D=mv$ 、
 $Q=Dt$ 、 $g=DL$ (按照向下法取整数)。

第6步,计算 $f_i = \frac{HQ}{2} + \frac{A}{t} + \frac{CQ}{t} + \frac{CQrt_0}{12t}$ 。

第7步, 计算平均值 $f_2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k f_i$ 。

第8步, 将订货周期 t 及其所对应的 Q 、 g 、 f_2 一一对应形成矩阵, 然后查询 f_2 的最小值 f_2^* , 并输出对应的 t^* 、 Q^* 、 g^* , 结束。

2.3.2 模拟程序

使用 MATLAB 软件进行模拟, 模拟程序如下:

```
clc,clear all
m=2;v=667;C=40;u=1400;A=178;b=8;s=3 000;e=30;
n=3;p=5 000;
t0=10/30;r=0.04;t1=3/30;t2=7/30;
y=[];
for t=t2:0.1:3
    for i=1:10 000
        L=randsample([3,4,5,6,7],1)/30;
        H=b*(s*e+n*p)/s/u;
        D=floor(m*v);
        Q=floor(D*t);
        g=floor(D*L);
        f(i)=H*Q/2+A/t+C*Q/t+C*Q*r*t0/12/t;
    end
    f2=mean(f);
    y=[y;t,Q,g,f2];
end
plot(y(:,1),y(:,4),'-*)
y2=sortrows(y,4);
y3=y2(1,:)
```

2.3.3 模拟结果与误差比较

模拟结果: $t^* \approx 1.133$ 、 $Q^* = 1511$ 、 $g^* = 133$, $f_2^* \approx 53\ 696.82$ 。

模拟计算结果与模型计算结果的相对误差为

$$\alpha = \frac{x_1 - x_0}{x_0} \times 100\% \quad (2)$$

其中, x_0 表示某变量的模型计算结果, x_1 表示某变量的模拟计算结果。误差比较结果如表2所示。

表2 模拟计算结果与模型计算结果的相对误差

变量	模型计算结果	模拟计算结果	相对误差/%
t^*	1.155	1.133	-1.9
Q^*	1541	1 511	-1.9
g^*	134	133	-0.7
f_2^*	53 727.48	53 696.82	-0.1

从表2可知, 模拟计算结果与模型计算结果非常接近, 说明模型假设(4)是合理的, 以及“从供货方发货到接收方收货的时间”的随机性对结果影响不大, 具有一定的可靠性。

以订货周期 t 为自变量, 以平均成本 f_2 为因变量, 画图, 如图1所示。

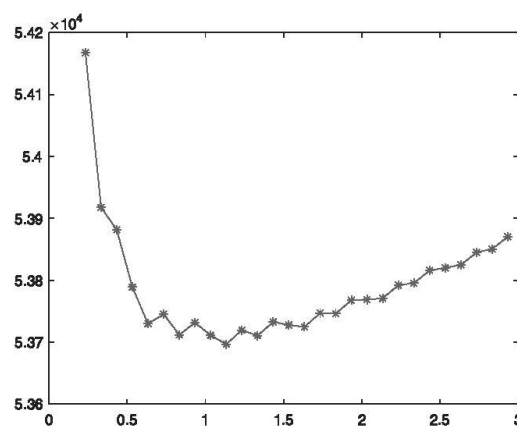


图1 订货成本随订货周期的变化趋势

由图1可以看出, 订货周期 $t^* \approx 1.133$ 对应的订货成本是最小的, 这个结果与模型计算结果仅相差0.66天, 可见, 优化模型是非常稳健的。

参考文献:

- [1] 熊伟. 运筹学 (第2版) [M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.
- [2] 王积建. 不计缺货时间成本的库存模型[J]. 科技通报, 2013(11): 34-38.
- [3] 宋世强. 市域农产品电商冷链采购经济批量模型研究(II)[J]. 纳税, 2019, 13(07): 175-176, 181.
- [4] 赵天杨. 信息共享下的经济订货批量模型优化研究[J]. 市场周刊, 2019(03): 31-32.
- [5] 康凯, 赵宇杰, 张敬. 延期付款对供应链经济订货批量及碳排放的影响[J]. 工业工程与管理, 2019(02): 147-205.

(责任编辑: 郭培俊)