

# 基于阻尼修正FICA的图像分离算法

许法强

(浙江工贸职业技术学院 信息传媒学院, 浙江 温州 325003)

**摘要:** 独立分量分析算法是一种常用的盲源信号(包括图像信号、音频信号等)分离方法,它的主要任务在于分析混合矩阵及对应的分离矩阵的结构。文章提出了一种阻尼修正的独立分量分析方法,它可以根据迭代过程中梯度函数的收敛情况来动态设置和调整阻尼系数的值,从而保证梯度函数始终能收敛于某一稳定值,并且最终可提取出一组特定的独立分量,同时还具有修正的独立分量分析方法所具有的计算速度快的优点。通过两组混合图像的分离实验,证明该方法具有一定的实用意义。

**关键词:** 独立分量分析; 盲源信号分离; 快速独立分量分析; 阻尼系数

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1672-0105 (2014) 03-0030-04

## An Image Separation Algorithm Based on Damping Modification FICA

XU Fa-qiang

(College of Information and Communications, Zhejiang Industry & Trade Vocational College, Wenzhou, 325003, China)

**Abstract:** An independent component analysis algorithm, usually used to separate blind source signals, such as audio and images, etc., whose main goal is to analyze the structures of a mixed matrix and its separation matrix. This paper proposes an independent component analysis algorithm of damping modification, which may adjust the damping coefficient dynamically according to the convergent state of gradient function during iteration, make sure that gradient function converges to a certain stable value. And a set of particular independent components can be drawn finally. Otherwise, it has an advantage of converging fast. An experiment of separating a set of mixing images proves that the methodology has some practical meanings.

**Key words:** independent component analysis; blind source signal separation; fast independent component analysis; damping coefficient

### 0 引言

独立分量分析(Independent Component Analysis, ICA)方法的原理就是根据独立性衡量准则,从一组混合信号中分解并提取出各独立的原始信号。该方法被广泛地应用于盲源信号分离中,如著名的“鸡尾酒会”问题。

假设有  $N$  个独立的信号源  $S(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$ , 其中  $t$  代表不同的采样点, 另外还有  $M$  个观测信号  $X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$  由  $N$  个独立信号源混合而成。上述过程可以分别通过混合矩阵  $A$  和分离

矩阵  $W$  来操作, 假设最终提取出的独立分量为  $S'(t) = [s'_1(t), s'_2(t), \dots, s'_M(t)]^T$ , 则可用下式 1 来表示:

$$S'(t) = WX(t) = WAS(t) \quad (1)$$

其中,  $W$  即为  $A$  的广义逆矩阵, 但混合矩阵  $A$  和分离矩阵  $W$  均为未知, 我们只能通过观测信号  $X(t)$  来获取一个关于源信号  $S(t)$  的最佳估计值  $S'(t)$ 。

对于公式(1)的求解, 主要是分析混合矩阵  $A$  及对应的分离矩阵  $W$  (主要是后者) 的结构<sup>[1-3]</sup>。但是传统独立分量分析方法存在计算复杂度高、收敛速度慢的缺陷, 而修正的独立分量分析方法虽然不用多次矩阵求导和求逆, 不过其结果的稳

收稿日期: 2014-07-29

作者简介: 许法强 (1980—), 男, 湖北黄冈人, 助教, 博士, 主要研究方向为图像传播工程。

定性不足、与初始值的选取有很大关系。因此,文章提出了一种阻尼修正的独立分量分析方法,即在修正的独立分量分析方法中引入一个阻尼系数,从而保证了结果的收敛性。最后通过一组混合图像的分离实验,证明了所提出的方法具有一定的实用意义。

## 1 阻尼修正 FICA 分析模型

### 1.1 独立分量的一般求解过程

独立分量分析实质是一个优化问题,其关键在于目标函数的确定。目标函数又称独立性判据,通常是一个关于求解目标(即分离矩阵W)的函数,我们需要利用某种学习算法来寻找目标函数的最优值,也就是找到满足特定的独立性判据时所对应的分离矩阵W。

常用的独立性判据有最小化互信息、信息熵极大化、最大似然估计以及高阶累积量等。另外根据上面所提到的独立分量分析的假设条件可知,各独立源信号必须尽量满足非高斯性要求,因此也可以根据最终所提取的各独立分量的非高斯性度量值来判断是否符合独立性条件。非高斯性可通过峰度(或称峭度)及负熵来度量。峰度又称四阶累积量,其平方值可用来作为非高斯性的度量标准,该值越大则非高斯性程度也越大。而负熵则直接反映了任意随机变量与具有相同方差的高斯变量之间的信息熵之差,该差值越大则非高斯性程度也越大。常用的快速独立分量分析算法就是一种基于负熵值最大化的独立分量分析方法。

### 1.2 快速独立分量分析算法

快速独立分量分析算法(Fast ICA, FICA)是由 Aapo Hyvärinen 等人提出并发展起来的,该算法得名于其较快的收敛速度。FICA 算法基于负熵值最大化原则,使用固定点算法来寻找所提取分量的最大负熵值。该方法使用了一个非线性函数  $G(\cdot)$  来对负熵值进行近似度量<sup>[4-5]</sup>:

$$J(y) \propto \left\{ E[G(y)] - E[G(y_{\text{gauss}})] \right\}^2 \quad (2)$$

式(3)便是 FICA 算法中常用的三种非线性函数  $G(\cdot)$  及其一阶导数  $g(\cdot)$ :

固定点算法的形式类似于牛顿迭代法的计算公式,其具体形式见式(4):

$$\begin{aligned} G_1(y) &= \frac{1}{a_1} \log \cosh(a_1 y), & g_1(y) &= \tanh(a_1 y), \\ 1 &\leq a_1 \leq 2 \\ G_2(y) &= -\frac{1}{a_2} \exp(-a_2 y^2/2), & g_2(y) &= y \exp(-a_2 y^2/2), & a_2 &\approx 1 \\ G_3(y) &= \frac{1}{4} y^4, & g_3(y) &= y^3 \end{aligned} \quad (3)$$

$$x_{k+1} = g(x_k) = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (4)$$

### 1.3 阻尼修正快速独立分量分析算法

由上可以看出,快速独立分量分析方法实质就是一个牛顿迭代法的运算过程:

$$w_i(k+1) = w_i(k) - F[w_i(k)] / F'[w_i(k)] \quad (5)$$

其中,

$$\begin{aligned} F(w_i) &= \frac{\partial L(w_i)}{\partial w_i} = E[Xg(w_i^T X)] - \beta w_i, \\ \beta &= E\{w_i(k)^T Xg[w_i(k)^T X]\} \end{aligned} \quad (6)$$

可见,对于独立分量的提取关键在于寻找一个关于目标函数  $L(w_i)$  的梯度下降方向,使得权值  $w_i(k+1)$  沿着该方向能够快速而稳定地收敛于某个值。在该运算过程中,每次迭代处理时都会涉及到 Jacobi 矩阵和逆矩阵的运算,这将大大降低 FICA 算法的实际运行效率。

为了降低上述过程的计算复杂度并提高其收敛速度,可对一般快速独立分量分析方法进行如下修正:

$$w_i(k+1) = w_i(k) - F[w_i(k)] / F'[w_i(1)] \quad (7)$$

即:在每一轮提取某一个独立分量的迭代运算过程中,只需计算初始权值情况下的 Jacobi 矩阵和逆矩阵,后面每次的迭代运算均直接用其结果替代相应运算<sup>[6]</sup>。

上述修正方法虽然能明显提高 FICA 算法的运算速度,但由于为了保证 FICA 算法的分离效果,在每一轮的迭代运算开始时采用的都是随机选取的初始权值  $w_i(1)$ ,所以可能会导致每次运算的收敛结果和收敛速度出现振荡,甚至无法收敛。因此,本文在该修正方法的基础上又进一步引入了一个阻尼系数  $\alpha$  (实质即为步长),以消除对初始权值的依赖,其具体形式为:

$$w_i(k+1) = w_i(k) - \alpha \cdot F[w_i(k)] / F'[w_i(1)] \quad (8)$$

对于阻尼系数  $\alpha$ ,它可以使得  $F[w_i(k)]$  值在范

数意义上能够逐步下降并趋于稳定,从而保证  $w_i(k+1)$  最终获得某个稳定的收敛结果。在具体运行时,可以采用一边运算一边检查的方法。首先将其置为 1, 然后经过一次迭代运算后检查下式是否成立:

$$\begin{aligned} & F[w_i(k+1)] \\ &= F[w_i(k) - \alpha \cdot F[w_i(k)] / F[w_i(1)]] < F[w_i(k)] \end{aligned} \quad (9)$$

若成立,则继续按公式(9)进行迭代运算检查;反之,则将系数缩小一半后重新执行公式(9)的前部分迭代运算过程,直到满足其后部分条件为止,这样才完成了阻尼修正 FICA 算法的一次迭代运算过程。该方法既保留了一般修正方法运算速度快的优点,同时又克服了其对于初始权值的依赖,具有稳定收敛的特点。

## 2 实验结果及分析

此处我们采用了两组图像作为实验数据,每组包含由三张原始图像混合而成的六张图像,如图 1 和图 3 所示,然后分别对 FICA、修正 FICA 和阻尼修正 FICA 算法进行了性能测试和比较,结果如表 1 和表 2 所示,表中列出了每种算法的前十次运行情况。另外,实验算法采用了公式(3)中的非线性

函数  $G_i(\cdot)$ , 参数  $a_i$  设置为 1, 权值向量  $w_i$  的终止阈值为  $10^{-4}$ , 每一轮的最大迭代次数为 1000 次。由于每次提取独立分量的时间极短不便于计量,文中采用了各次的迭代次数作为算法收敛速度的衡量标准。从表 1 和表 2 中可以看出,阻尼修正 FICA 算法的平均迭代次数要明显少于 FICA 算法,说明收敛速度有了显著提升,而迭代次数标准差则低于修正 FICA 算法,证明其收敛稳定性更好。另外,通过阻尼修正 FICA 算法可以得到三个独立的图像数据,且十次运行结果的数据成分几乎一致,取其有效平均值后如图 2 和图 4 所示。

## 3 结论

文章提出了一种阻尼修正的独立分量分析方

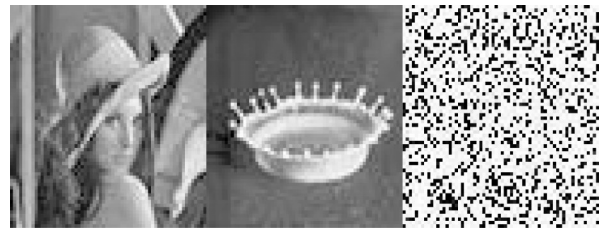
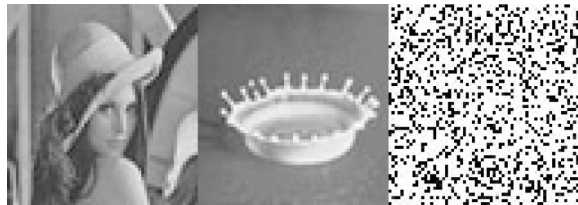


图2 第一组实验图像经阻尼修正 FICA 算法处理后得到的独立图像分量



(a) 原始图像



(b) 混合图像

图1 第一组实验图像



(a) 原始图像



(b) 混合图像

图3 第二组实验图像



图4 第二组实验图像经阻尼修正FICA算法处理后得到的独立图像分量

法, 它可以根据迭代过程中梯度函数的收敛情况来动态设置和调整阻尼系数的值, 从而保证梯度函数始终能收敛于某一稳定值, 并且最终可提取出一组特定的独立分量, 同时还具有修正的独立分量分析方法所具有的计算速度快的优点。最后通过一组混合图像的分离实验, 证明了该方法在运算效率和收敛性能上具有一定的实用意义。

表1 第一组实验图像经FICA、修正FICA和阻尼修正FICA算法处理时的十次迭代次数

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均值	标准差
FICA	59	46	131	31	161	100	46	92	83	65	81.4	40.9
修正FICA	20	20	19	21	17	21	14	18	35	23	20.8	5.6
阻尼修正FICA	22	14	28	16	23	26	24	26	24	26	22.9	4.5

表2 第二组实验图像经FICA、修正FICA和阻尼修正FICA算法处理时的十次迭代次数

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均值	标准差
FICA	86	28	51	62	52	47	128	49	53	43	59.9	28.1
修正FICA	26	13	24	14	54	52	24	28	50	54	33.9	16.7
阻尼修正FICA	43	34	44	40	30	40	34	41	44	40	39.0	4.8

## 参考文献

- [1] Lu Wei, Yu Xuchu. Small Target Extraction Based on Independent Component Analysis for Hyperspectral Imagery[J]. Geo-spatial Information Science, 2006, 9(2): 103-107.
- [2] Donghoh Kim, Se-kang Kim. Comparing Patterns of Component Loadings: Principal Component Analysis (PCA) Versus Independent Component Analysis (ICA) in Analyzing Multivariate Non-normal Data[J]. Behavior Research Methods, 2012, 44(4): 1239-1243.
- [3] A. Hyvarinen, J. Karhunen, E. Oja. Independent Component Analysis[M]. John Wiley & Sons Inc., 2001.
- [4] A. Hyvarinen, E. Oja. Independent Component Analysis: Algorithms and Applications[J]. Neural Networks, 2000, 13(4): 411-430.
- [5] Hefa Zhang, Liping Li, Wanchun Li. Independent Component Analysis Based on Fast Proximal Gradient[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2012, 31(2): 583-593.
- [6] 蒋长锦. 科学计算和C程序设计[M]. 安徽: 中国科学技术出版社, 1998.

(责任编辑:潘修强)